

О выделении и сравнении теорий в языке с одной связкой или одним предикатором (на примере теорий одной силлогистической связки)

Шиян Т.А. О выделении и сравнении теорий в языке с одной связкой или одним предикатором (на примере теорий одной силлогистической связки) // Девятые Смирновские чтения по логике: материалы Международной научной конференции, Москва, 17–19 июня 2015 г. / Отв. ред. В.И. Маркин. М., 2015. С. 103–105.

Сохранено с сайта: <http://taras-shiyan.theo.ru>

или http://taras_a_shiyan.theo.ru (зеркало).

E-mail: taras_a_shiyan@mail.ru.

There is regarded a question in the topic about some purposes and some methods of extracting formal theories fragments in one connective or one predicator languages and about comparing of the fragments. In the presentation will be demonstrated the results of author's investigations of some formal syllogistics in this aspect and will be shown graphs represented relations between the fragments of the syllogistics in mono connective languages with a, i, e or o connective.

Выделение точных фрагментов формальных теорий (ФТ) в тех или иных формальных языках (ФЯ) имеет значение как для исследования отдельных ФТ, фрагменты которых выделяются, так и для сравнения ФТ между собой.

Если ФЯ понимать как множество ППФ этого «языка», а ФТ – как множество теорем этой «теории», то фрагмент некоторой теории T в языке L есть $(T \cap L)$. С точки зрения сравнения теорий T_1 и T_2 , нас, например, интересует, какой из случаев имеет место: $(T_1 \cap L) = (T_2 \cap L)$, $(T_1 \cap L) \subset (T_2 \cap L)$ или несравнимость $(T_1 \cap L)$ и $(T_2 \cap L)$. Так, случай $(T_1 \cap L) = (T_2 \cap L)$ возможен и для ФТ, относящихся между собой как $(T_1 \subset T_2)$, и для ФТ, несравнимых по отношению включения. Случай $(T_1 \cap L) \subset (T_2 \cap L)$ также возможен и для ФТ, относящихся между собой как $(T_1 \subset T_2)$, и для ФТ, несравнимых по отношению включения. При этом, теории T_1 и T_2 могут быть сформулированы как в одном ФЯ, так и в разных. Интересным случаем для ФТ в разных, притом несравнимых ФЯ, является случай, когда общий фрагмент двух ФТ в некотором подязыке совпадает с пересечением этих ФТ. То есть, если $(T_1 \subset L_1)$, $(T_2 \subset L_2)$, языки L_1 и L_2 несравнимы по отношению включения, $L = (L_1 \cap L_2)$ и $(T_1 \cap T_2) = (T_1 \cap L) = (T_2 \cap L)$. В случае ФТ в разных языках, когда $T' = (T \cap L)$ (T – консервативное расширение T'), то T может быть дефинициальным расширением T' , а может и не быть таковым.

Для ФТ, не имеющей построенной семантики или какой-либо иной разрешающей процедуры, может оказаться, что ее фрагмент в каком-то подязыке совпадает с фрагментом в этом же подязыке другой ФТ, для которой семантика (или разрешающая процедура) построена, что дает нам, по крайней мере, частичную разрешающую процедуру.

Эти соотношения возможны и для пропозициональных теорий, и для предикатных. Особый теоретический интерес представляет выделение подтеорий с одной связкой или одним предикатором для выявления ее (его) алгебраических свойств. В случае пропозициональных теорий, выделение фрагментов с одной пропозициональной связкой, в первую очередь с импликацией, в случае прикладных предикатных теорий – с одним предикатором.

В случае такого класса прикладных предикатных ФТ, как формальные силлогистики, нас интересуют теории одной силлогистической связки. Учитывая наиболее распространенную формальную интерпретацию силлогистик как своего рода теорий множеств, интерес представляет сравнение отдельных силлогистических связок с такими отношениями на множествах, как $=$, \subset , \subseteq и их отрицаниями.

Не осуществляя аксиоматизации фрагментов теорий в ФЯ с какой-то одной связкой, можно окольными методами установить, что фрагменты каких-то ФТ в том или ином ФЯ совпадают. В частности, для этого можно использовать уже построенные однотипные характеристические семантики (ХС).

Утверждение. *Если (1) формальные ХС двух ФТ имеют одно и то же понятие модели и отличаются только какими-то правилами приписывания истинностных значений элементарным формулам ФЯ и если (2) эти правила совпадают для некоторого типа элементарных формул, то фрагменты этих ФТ, содержащие в качестве элементарных только формулы этого типа, совпадают.*

Если это утверждение не верно, то имеется такая формула и модель, что одни и те же правила приписывают этой формуле в этой модели то истину, то ложь. Это возможно только, если данная семантика противоречива, что исключается исходными условиями. Следовательно, наше предположение о ложности исходного тезиса было не верно.

Этот семантический аргумент не действует наоборот: из наличия у формул какого-то элементарного типа разных интерпретаций в однотипных ХС двух ФТ не следует, что эти ФТ имеют разные фрагменты в соответствующем подязыке, поскольку ФТ могут иметь несколько ХС схожего вида.

На основе описанных в литературе ХС формализаций различных силлогистических учений (Аристотеля, Оккама, Больцано, Доджсона, традиционной и фундаментальной силлогистик и других систем), было проведено сравнение односвязочных (для связок \wedge , \vee , \rightarrow) фрагментов этих ФТ и построены графы, демонстрирующие соотношение этих фрагментов между собой.